



MARIA
NAWOJCZYK

PRZEWODNIK
PO *statystyce*
DLA
SOCJOLOGÓW

SPSS

Spis treści

Wstęp do wydania trzeciego ■ 9

Wstęp do wydania pierwszego ■ 11

1 Jak być badaczem?

1.1 Od czego zacząć? ■ 15

1.2 Nauka ■ 17

1.3 Metoda naukowa ■ 19

1.4 Testowanie hipotez ■ 21

1.5 Od hipotez do teorii ■ 23

1.6 Typy zależności ■ 25

1.7 Zależność a związek przyczynowo-skutkowy ■ 28

1.8 Jednostka analizy ■ 29

Ćwiczenia ■ 30

Literatura ■ 31

2 Jak zmierzyć szczęście?

2.1 Pomiar ■ 33

2.2 Poziom nominalny ■ 34

2.3 Poziom porządkowy ■ 36

2.4 Skala Likerta ■ 37

2.5 Poziom interwałowy i ilorazowy ■ 39

2.6 Definicje operacyjne ■ 45

2.7 Tworzenie indeksów ■ 47

2.8 Trafność ■ 50

2.9 Rzetelność ■ 51

Ćwiczenia ■ 52

Co może zrobić za nas komputer ■ 55

Literatura ■ 59

3 Co piszczy w szeregu statystycznym?

3.1 Średnia arytmetyczna ■ 61

3.2 Mediana ■ 65

3.3 Dominanta ■ 69

3.4 Skośność ■ 71

3.5 Inne miary pozycyjne ■ 74

3.6 Rozstęp ■ 74

3.7 Odchylenie średnie ■ 76

3.8 Wariancja i odchylenie standardowe ■ 77

Ćwiczenia ■ 82



Co może zrobić za nas komputer ■ 84
Literatura ■ 87

4 Co widać przez okna tabeli?

4.1 Tabele kontyngencji ■ 89
4.2 Przekodowywanie danych ■ 90
4.3 Forma prezentacji danych w polach tabeli ■ 92
4.4 Miary zależności dla tabel dwa-na-dwa ■ 97
4.5 Miary związku dla tabel n-przez-n ■ 100
4.6 Trzecia zmienna ■ 107
4.7 Modele przyczynowe ■ 110
Ćwiczenie ■ 112
Co może zrobić za nas komputer ■ 112
Literatura ■ 116

5 Jak żyć w niepewności?

5.1 Czym zajmuje się statystyka indukcyjna? ■ 117
5.2 Próba losowa ■ 119
5.3 Testy statystycznej istotności ■ 121
5.4 Prawdopodobieństwo ■ 124
5.5 Rozkład normalny ■ 125
5.6 Rozkład średnich z prób ■ 128
5.7 Rozkład t Studenta ■ 131
5.8 Test istotności dla proporcji ■ 134
5.9 Estymacja przedziałowa ■ 135
Ćwiczenia ■ 137
Co może zrobić za nas komputer ■ 139
Literatura ■ 140

6 Jak kontrolować ryzyko?

6.1 Sposób doboru prób ■ 141
6.2 Test dla dwóch prób niezależnych ■ 142
6.3 Test dla dwóch prób zależnych ■ 148
6.4 Jednoczynnikowa analiza wariancji ■ 150
6.5 Test post hoc ■ 158
Ćwiczenia ■ 160
Co może zrobić za nas komputer ■ 161
Literatura ■ 164

7 Jak postawić kropkę nad i...?

7.1 Test chi-kwadrat ■ 165
7.2 Warunki stosowania testu chi-kwadrat ■ 169
7.3 Miary związku oparte na chi-kwadrat ■ 174
7.4 Między poziomem nominalnym a ilorazowym ■ 175
7.5 Koncepcja liniowości ■ 177
7.6 Prosta regresja liniowa ■ 179
Ćwiczenia ■ 185
Co może zrobić za nas komputer ■ 186
Literatura ■ 188

8 Jak być odkrywcą? Analiza struktur ukrytych

- 8.1 Co to jest zmienna ukryta ■ 190
- 8.2 Analiza struktur ukrytych ■ 191
- 8.3 Formalny model analizy struktur ukrytych ■ 193
- 8.4 Porównywanie struktur ukrytych między grupami ■ 201
- 8.5 Budowanie modeli zależności ■ 204
- Zamiast ćwiczeń ■ 205
- Literatura ■ 216

Dodatki

- A Pola pod krzywą normalną ■ 221**
- B Rozkład Studenta t ■ 225**
- C Rozkład F ■ 227**
- D Rozkład chi-kwadrat ■ 231**
- Skorowidz ■ 233**



Fragment 1

Jak być badaczem?

Podręcznik ten obejmuje zagadnienia z zakresu statystyki i analizy danych w naukach społecznych. Zawarte w nim procedury znajdą zastosowanie wówczas, gdy będziemy dysponować zgromadzonym materiałem badawczym. Gromadzenie i interpretacja takiego materiału jest logicznym procesem o ustalonych standardowych procedurach, zwanych metodą naukową, charakterystycznym dla wszystkich dziedzin nauki.

Metoda naukowa jest procedurą, za pomocą której określamy związek pomiędzy interesującymi nas z badawczego punktu widzenia zjawiskami, a następnie sprawdzamy, czy takowy związek rzeczywiście istnieje. O ile metoda naukowa jako procedura badawcza jest wspólna dla nauki jako całości, to konkretne techniki gromadzenia materiału badawczego i prowadzenia jego analizy mogą się różnić w zależności od uprawianej dyscypliny. Zrozumienie istoty metody badawczej stanowi jednak niezbędny warunek by zostać badaczem.

1.1 Od czego zacząć?

Cele nauki są różnorodne, ale istotą prowadzenia badań naukowych jest zrozumienie interesujących nas zjawisk. Opisywanie i wyjaśnianie tych zjawisk ma w konsekwencji prowadzić do możliwości przewidywania ich rozwoju lub w ogóle wystąpienia i być może uzyskania nad nimi kontroli. Podstawowymi więc pytaniami, na jakie badacz poszukuje odpowiedzi, są pytania: „Jak jest?” oraz „Jak być powinno?”. Pytania i odpowiedzi koncentrujące się na wymiarze „jak jest” mają **charakter empiryczny**, natomiast obejmujące wymiar „jak być powinno” – **charakter normatywny**. Oba te wymiary obecne są we wszystkich dziedzinach nauki.

Odpowiedzi, jakich udzielamy na pytania dotyczące tego „jak być powinno”, mają zasadnicze znaczenie dla zrozumienia społeczeństwa, w którym żyjemy. Przywołajmy parę konkretnych przykładów. Pytamy np.: „Co to jest dobre społeczeństwo? Co to jest sprawiedliwość? Czy demokracja parlamentarna jest najlepszym systemem politycznym? Czy powinno stosować się karę śmierci? Czy eutanazja powinna być legalnie dozwolona? Czy państwo powinno gwarantować swoim obywatelom minimalny dochód?” Odpowiedzi na takie pytania zależą od naszego systemu wartości, preferencji, światopoglądu. Stanowią one podstawę i istotę filozofii społecznej. Jak daleko nie sięgaliśmy w historii społecznej to zawsze znajdziemy myślicieli, którzy takie pytania stawiali i poszukiwali na nie odpowiedzi, poczynając od Platona



i Arystotelesa, poprzez Augusta Comte'a, Emila Dürkheima, Maxa Webera po Talcota Parsonsa i wielu innych twórców teorii społecznych.

Stawiając pytania empiryczne, dążymy do ustalenia faktów, a nie wartości. Przypuśćmy, że z normatywnego punktu widzenia akceptujemy stwierdzenie, iż wolność prasy jest niezbędnym warunkiem istnienia wolnego społeczeństwa. Odnoszące się do takiego stwierdzenia pytania empiryczne mogłyby być sformułowane następująco: Czy w danym społeczeństwie istnieje wolność prasy? lub: Na ile w danym społeczeństwie istnieje wolność prasy?

Założmy, że wolność prasy zdefiniujemy jako istnienie w badanym społeczeństwie, przez co najmniej ostatni rok, gazety lub stacji telewizyjnej, która nie była własnością państwa, nie była też przez rząd kontrolowana ani jej artykuły bądź audycje nie były przedmiotem działań cenzury. Niezależnie od tego, czy taka definicja wolności prasy nam się podoba, czy nie, to jeśli raz uznamy ją za obowiązującą, to w oparciu o nią możemy dokonywać analizy materiału empirycznego pochodzącego z różnych państw, aby stwierdzić, czy wolność prasy w nich istnieje, czy nie. Istnienie wolności prasy jest więc przedmiotem empirycznej weryfikacji. Natomiast pytanie, czy istnienie wolności prasy jest warunkiem koniecznym (czy nie) dla rozwoju demokracji, pozostaje pytaniem normatywnym, na które odpowiedzi udzielamy w zależności od naszego systemu wartości.

Przy definiowaniu wolności prasy musimy brać pod uwagę zarówno normatywne, jak i empiryczne założenia. Na przykład, możemy znaleźć takie państwa, w których w czasie pokoju istniała duża wolność prasy, ograniczona znacznie przez cenzurę wojskową w czasie wojny z powodów bezpieczeństwa narodowego. To, czy państwo takie będziemy nadal uważać za charakteryzujące się wolnością prasy, będzie zależało od naszego systemu wartości. Jakiego rodzaju ograniczenia możemy zaakceptować, uważając jednocześnie, że wolność prasy została zachowana? Założenia empiryczne wymagają od nas możliwie precyzyjnego pomiaru badanego zjawiska. Musimy więc poradzić sobie na przykład z takimi problemami jak możliwość zdobycia informacji koniecznych do określenia wolności prasy w badanym państwie. Jeżeli nasza definicja wolności prasy obejmuje także możliwość publikacji „miękkiej” pornografii, to gdzie znajduje się granica pomiędzy pornografią akceptowalną, a tą już nie do przyjęcia?

Wymiary: normatywny i empiryczny w badaniach społecznych współistnieją i uzupełniają się w prosty sposób: fakty potwierdzone empirycznie pozwalają nam ocenić, w jakim stopniu osiągnęliśmy stan pożądany z normatywnego punktu widzenia. Jeżeli przyjmujemy, że jedną z konsekwencji zmian systemowych zachodzących w Polsce powinno być podniesienie standardu życia Polaków, to wiedząc, że na początku lat 90. PKB na jednego mieszkańca wynosił około 2 tys. dolarów a pod koniec tej dekady ponad 6 tys. dolarów, możemy powiedzieć, iż posuwamy się w kierunku osiągnięcia celu normatywnego.

Głównym celem tego podręcznika jest zaprezentowanie sztuki prowadzenia analizy empirycznej. Istnieje wiele możliwych sposobów badania tego, „co jest”, tzn. definiowania faktów, ich pomiaru i interpretacji. Wszystkie te zabiegi operacyjne muszą pozostawać w zgodzie z istotą i logiką badania naukowego.

1.2 Nauka

Wiedza empiryczna jest wynikiem **obserwacji** lub eksperymentu. Prowadząc obserwację lub eksperyment, stajemy się badaczami. Badacz zbiera i interpretuje informacje empiryczne. Czyni to, aby zweryfikować hipotezy. Przez **hipotezy** będziemy tu rozumieć stwierdzenia określające przypuszczalne zależności lub związki między badanymi zjawiskami. Te zależności – będące przedmiotem naszych rozważań w dalszej części tego rozdziału – pojawiają się wówczas, gdy zaistnienie określonej własności lub ilości jednego zjawiska prowadzi do wystąpienia określonej własności lub ilości innego zjawiska. Zjawiskami leżącymi w polu naszych zainteresowań będą zjawiska społeczne, tzn. odnoszące się do różnorodnych aspektów życia społecznego: społeczeństwa, kultury, systemu politycznego itp. Zajmują się nimi poszczególne dyscypliny wiedzy, takie jak: politologia, psychologia, polityka społeczna, antropologia społeczna, socjologia i inne, zwane ogólnie **naukami społecznymi**.

Studenci o utrwalonej wiedzy z zakresu metodologii nauk społecznych bez trudu wskażą na znaczne uproszczenia w poniżej prezentowanych rozważaniach. Są one w tym miejscu usprawiedliwione koniecznością skrótownego wprowadzenia, a właściwie przypomnienia pewnych pojęć ogólnych z metodologii, do których statystyka się odwołuje.

Nauki społeczne łączą z innymi naukami wspólne założenia. Stosują w badaniach **metodę naukową**, tj. procedurę logicznie po sobie następujących etapów badawczych, pozwalającą zminimalizować wpływ systemu wartości badacza na proces badawczy. Poza tym używają również **metod ilościowych** w celu zmierzenia, policzenia, zebrania i analizy materiału empirycznego.

Metoda naukowa jest zatem serią zadań intelektualnych, które badacz podejmuje, aby sformułować hipotezy, a następnie je zweryfikować (również negatywnie). Używanie metody naukowej stanowi podstawę do wygenerowania wiedzy, która może być zaakceptowana przez społeczność naukową. Taką przyjętą „prawdą” powinna być niezależna od wartości i preferencji badacza. Prawidłowo przeprowadzone badanie dotyczące rozkładu poglądów politycznych w danej grupie, np. studenckiej grupie ćwiczeniowej, mogłoby wykazać, że 58% osób ma poglądy prawicowe, a 42% lewicowe. Wynik taki byłby stwierdzeniem faktu i byłby niezależny od poglądów politycznych badacza.

Największym wyzwaniem dla badacza oraz osób korzystających z wyników jego pracy jest rozróżnienie tego, co jest udowodnionym faktem, a co moralną oceną badanych aspektów zachowań społecznych. Zwykle nie jest to łatwym zadaniem, ponieważ już sam wybór badanej problematyki, sposób definiowania faktów jest zależny od systemu wartości i preferencji badacza, od jego systemu normatywnego.

Od wieków w środowisku naukowym trwa filozoficzna debata nad tym, czy nauka może być wolna od wartościowania. Zdania są podzielone, w zależności od przyjętych założeń epistemologicznych i ontologicznych. Na potrzeby naszych rozważań przyjmijmy założenie, że nie jesteśmy w stanie całkowicie wyeliminować wpływu systemu normatywnego badacza na efekty jego pracy. Dlatego z punktu widzenia obiektywizmu naukowego korzystne jest, gdy badacz sam ujawnia swoje poglądy na badaną kwestię. Poza tym jesteśmy



w stanie znacznie ten wpływ ograniczyć lub kontrolować jego oddziaływanie na wnioski wywodzone z badań poprzez stosowanie w badaniach metody naukowej. Na przykład badacz, który uważa, że biernie palenie jest szkodliwe dla zdrowia, może opublikować raport, powołując się tylko na wyniki badań potwierdzających jego hipotezę, ignorując te, które takiej szkodliwości nie potwierdzają. Niezależnie jednak od powstania takiego tendencyjnego raportu dalsze wyniki badań powinny potwierdzić lub obalić prezentowaną w nim hipotezę. Z faktami bowiem, jak wiadomo, nie dyskutuje się.

Aby prześledzić kolejne kroki metody naukowej, wybrałam banalnie prosty przykład, który jednakże, mam nadzieję, pozwoli nam poprowadzić proces badawczy od obserwacji aż do sformułowania teorii.

Powinniśmy pamiętać, że po sformułowaniu teorii możemy nadal prowadzić obserwacje, które z czasem mogą tę teorię konkretyzować. Proces ten ma charakter cykliczny, od obserwacji do teorii, od teorii do obserwacji. Na ogół badania naukowe oparte są na pewnych teoretycznych założeniach. Na podstawie zgromadzonej już i dostępnej nam wiedzy oraz wyników badań pokrewnych formułujemy własne hipotezy badawcze, które w trakcie przeprowadzanych badań będziemy weryfikować. Czasem jednak, gdy stajemy w obliczu „nieznanego”, wszystko zaczyna się od obserwacji. W przypadku prezentowanego tu przykładu przyjmujemy, że taka wstępna teoria nie istnieje.

Zacznijmy więc naszą podróż po naukowej metodzie.

PRZYKŁAD 1.1

Przypuśćmy, że każdego ranka biegam w pobliskim parku. W niedzielę była piękna pogoda, świeciło słońce i niebo miało czysty błękitny kolor. Tak samo było w poniedziałek. Niestety we wtorek i w środę padał deszcz a niebo przykrywały ciemne szare chmury. W czwartek przejaśniło się, niebo zasadniczo było czyste, ale gdzieś tam widoczne były ciemne chmury. Zakładając mój całkowity brak wykształcenia i wcześniejszych doświadczeń, zauważam coś, co dla wszystkich jest oczywiste: występowanie deszczu jest związane z obecnością chmur na niebie, natomiast gdy świeci słońce, oznacza to mniejsze zachmurzenie. W każdym razie, jeśli pada, to na pewno są chmury na niebie. Mój wniosek wynikający z pięciodniowej obserwacji jest więc taki, że opady deszczu są związane z zachmurzeniem.

Zastanawiam się nad tym i myślę, że jeżeli w ciągu tych 5 dni opady deszczu związane były z zachmurzeniem, to może wzorzec ten potwierdzi się w dłuższym przedziale czasu. Zaczynam robić notatki. Każdego dnia odnotowuję, czy niebo było zachmurzone, częściowo zachmurzone czy czyste, oraz czy padało, czy nie. W końcu po 30 dniach podsumowuję moje obserwacje. W tym czasie było 10 dni z całkowitym zachmurzeniem, 10 dni z częściowym zachmurzeniem oraz 10 dni z błękitnym niebem. Odnotowuję również 15 dni z opadami deszczu i 15 dni bez opadów. Swoje spostrzeżenia zamieszczam w **tabeli kontyngencji** (lub po prostu w **tabeli 1.1**).

Sumowanie na brzegach tabeli nazywa się **liczebnością brzegową** (używa się również nazw liczebność cząstkowa, liczebność marginalna i marginesy). Mamy zatem trzy liczebności brzegowe w kolumnach (zachmurzone – 10, częściowo zachmurzone – 10, czyste – 10), które w sumie dają nam **liczebność ogólną** 30 dni. Dwie liczebności brzegowe w rzędach (pada – 15, nie pada – 15) również sumują się w liczebność ogólną – 30 dni.

Deszcz	Niebo			Suma
	Zachmurzone	Częściowo zachmurzone	Czyste	
Pada				15
Nie pada				15
Suma	10	10	10	30

Tabela 1.1

Zaglądam teraz do swoich notatek z 30-dniowych obserwacji, umieszczając w powyższej tabeli każdy dzień z uwzględnieniem jego indywidualnej charakterystyki w postaci opadów deszczu i stopnia zachmurzenia nieba. Dokonuję podliczeń i wypełniam wszystkie pola (np. „niebo zachmurzone, pada” czy „niebo czyste, nie pada”) tabeli 1.2.

Deszcz	Niebo			Suma
	Zachmurzone	Częściowo zachmurzone	Czyste	
Pada	10	5	0	15
Nie pada	0	5	10	15
Suma	10	10	10	30

Tabela 1.2

Wyniki obserwacji 30-dniowych potwierdzają spostrzeżenia z pierwszych 5 dni: w dni o całkowitym zachmurzeniu zawsze padało, w dni częściowo zachmurzone – czasem, a w dni o czystym niebie nigdy nie padało. Zatem opad deszczu jest **związany** z występowaniem zachmurzenia – jeśli nie ma chmur, deszcz nie pada. Obserwacje prowadzone przeze mnie przez kolejne 30 dni potwierdziły poprzednie wnioski.

Po jakimś czasie konkluzję, że chmury „wiążą się” z deszczem, zaczęłam uważać za coś oczywistego, co jak przypuszczam, wszyscy podzielają. ■

1.3 Metoda naukowa

Niezależnie od prostoty poczynionych przeze mnie obserwacji, świadczących o mojej niewiedzy z zakresu meteorologii, w prezentowanym wyżej przykładzie zastosowana została metoda naukowa. Prześledźmy ten proces myślowy, leżący u podstaw **empirycznego badania**. Przez pierwsze 5 dni badań zauważyłam, że być może istnieje związek między dwoma zjawiskami: stanem zachmurzenia nieba i opadami deszczu. Oba obserwowane zjawiska nazwiemy **zmiennymi**, ponieważ wartości, jakie przyjmują, zmieniają się z obserwacji na obserwację. I tak, stopień zachmurzenia nieba zmienia się od całkowitego zachmurzenia przez częściowe zachmurzenie, do czystego nieba, czyli braku zachmurzenia. Opady deszczu zmieniają się w taki sposób, że występują lub nie występują. (Można było oczywiście opisać opady deszczu w sposób bardziej szczegółowy np.: ulewa, deszcz, mżawka, brak opadów. Na razie jednak bardziej odpowiadało mi proste rozróżnienie na opady lub ich brak.) Takie zdefiniowane przez nas wartości zmiennych nazywamy kategoriami.

Zjawiska, które możemy określić jako zmienne, są przedmiotem szczególnego zainteresowania nauk społecznych. To, co się w nich zmienia, to wymiar ilościowy lub własność dla każdego pojedynczego przypadku (jednostki, grupy, społeczeństwa, państwa, kultury – tego, co jest przedmiotem naszej obserwacji). Oto przykłady zmiennych, których rozumienie jest istotne w naukach społecznych: *klasa społeczna* (wyższa, średnia, niższa), *typ relacji dominującej*



w *aktywności zawodowej* (skierowana na przedmioty, na ludzi, na informacje), *poglądy polityczne* (prawicowe, lewicowe), *status społeczny* (przypisany, osiągnięty), *typ rządów* (demokratyczne, autorytarne, totalitarne). Zostały one utworzone na takiej samej zasadzie jak zmienne w omawianym wyżej przykładzie „meteorologicznym”. Innymi zmiennymi, które często pełnią rolę wyjaśniającą w stosunku do tych wyżej przytoczonych, są np.: *dochód* (wysoki, średni, niski bądź wyrażony ilościowo w złotych), *wykształcenie* (podstawowe, średnie, wyższe bądź wyrażone w ukończonych latach edukacji), *wyznanie* (katolickie, protestanckie, prawosławne itd.). Można zatem pokazać, że klasa społeczna może być opisana poprzez dochód i wykształcenie jej członków.

Wracając do przykładu, związek jaki zaobserwowałam, polegał na zależnościach pomiędzy określonymi kategoriami jednej zmiennej a określonymi kategoriami drugiej zmiennej: całkowite zachmurzenie z obecnością deszczu, czyste niebo z brakiem opadów. Na podstawie wstępnych 5-dniowych obserwacji mogłam więc sformułować następujące stwierdzenie: „Istnieje związek pomiędzy stanem zachmurzenia nieba a obecnością deszczu taki, że całkowite zachmurzenie jest związane z opadami, a czyste niebo jest związane z brakiem opadów”.

Powyższe stwierdzenie nazywamy **hipotezą**. Hipoteza wymienia dwie zmienne, które pozostają ze sobą w związku i wskazuje, na czym ten związek polega (zachmurzenie – deszcz, brak chmur – brak opadów). Innym sposobem wyrażania związków w hipotezach jest użycie sformułowania „jeżeli... to...”: „jeżeli występuje całkowite zachmurzenie, to będzie padało”; „jeżeli niebo jest czyste, to nie będzie padało”. Innymi hipotezami postawionymi w stosunku do badanych tu zmiennych byłyby hipotezy alternatywne: „jeżeli niebo jest czyste, to pada deszcz”; „jeżeli niebo jest całkowicie zachmurzone, to deszczu nie ma”. Hipotezy alternatywne w tym przypadku są błędne, nie znajdują potwierdzenia we wstępnej obserwacji.

Spróbujmy teraz postawić hipotezy w stosunku do uprzednio zaprezentowanych zmiennych występujących w naukach społecznych.

- Istnieje związek między statusem zawodowym a wykształceniem taki, że osoby o wyższym poziomie wykształcenia częściej posiadają wyższy status zawodowy, a osoby o niższym poziomie wykształcenia częściej posiadają niższy status zawodowy.
- Istnieje związek pomiędzy przynależnością do klasy społecznej a dochodem taki, że im wyższy dochód danej osoby, tym wyższa jej pozycja społeczna, a im niższy dochód, tym niższa pozycja społeczna.
- Istnieje związek pomiędzy pochodzeniem społecznym a osiąganym wykształceniem taki, że z im wyższej klasy społecznej pochodzi osoba, tym większe ma szanse na osiągnięcie wyższego wykształcenia, a pochodzenie z niższej klasy skutkuje niższym wykształceniem.

We wszystkich powyżej przytoczonych hipotezach, niezależnie od użytego słownictwa da się wskazać dwie zmienne i związki pomiędzy ich poszczególnymi kategoriami.



Fragment 2

Jak postawić kropkę nad i...?

Już w poprzednim rozdziale zajmowaliśmy się tym, co dla badacza jest najciekawsze, a mianowicie relacją pomiędzy dwiema zmiennymi. Teraz postaramy się postawić kropkę nad „i”. Prowadząc analizę, musimy pamiętać stale o dwóch jej poziomach – poziomie empirycznym odnoszącym się do próby i poziomie populacji. Badamy, czy istnieje zależność między zmiennymi w próbie. Jeśli tak, to jak jest ona silna? W końcu chcemy wiedzieć, czy zależność ta jest istotna w populacji. Po przestudiowaniu poprzednich rozdziałów mamy już wiedzę dotyczącą pewnych elementów tej układanki. Teraz uzupełnimy elementy brakujące i postaramy się stworzyć z tego całość.

Częstym sposobem prezentacji dwóch zmiennych mierzonych na poziomach słabych jest tabela. Wiemy, jak zmierzyć siłę związku między takimi zmiennymi i poznamy jeszcze nowe wskaźniki. Poznamy też sposób uogólniania tych wniosków na populację. Najbardziej popularnym narzędziem do badania **statystycznej istotności** związku między zmiennymi na podstawie tabel jest test niezależności chi-kwadrat.

Jeżeli obie zmienne mierzone są w skalach silnych, to próba zaprezentowania ich w tabeli prowadzi na ogół do obniżenia poziomu pomiaru. Zabieg ten stosujemy zatem tylko w celach ilustracyjnych.

Do badania związku takich zmiennych stosujemy natomiast bardziej wyrafinowane matematycznie metody. Jedną z nich jest analiza regresji liniowej. Pozwala ona nie tylko określić, czy związek dwóch zmiennych istnieje oraz jaka jest jego siła, ale stwarza nam również możliwości predykcyjne. Posuwamy się zatem o krok w poznawanych metodach analizy statystycznej.

7.1 Test chi-kwadrat

Przypomnijmy przykład zamieszczony w rozdziale czwartym, pokazujący związek stosunku do kary śmierci ze skłonnością do zwiększania uprawnień policji (tab. 4.8). Związek ten w próbie 40 przebadanych osób istnieje, a jego siłę określają obliczone miary ($Q = 0,8$; $\varphi = 0,5$). Załóżmy, że te 40 osób to studenci socjologii, losowo dobrani spośród wszystkich studentów tego kierunku i tego uniwersytetu.

Czy na podstawie tego badania możemy w sposób uprawniony uogólnić ten związek na wszystkich studentów tego uniwersytetu bądź na wszystkich studentów socjologii w Polsce? Odpowiedź na to pytanie przyniesie odpowiedni test statystycznej istotności.



Procedura testu statystycznego rozpoczyna się od postawienia hipotezy zerowej. Zakładamy zatem, że wśród wszystkich studentów naszego uniwersytetu nie istnieje związek pomiędzy ich stosunkiem do kary śmierci a skłonnością do zwiększania uprawnień policji. Gdybyśmy przebadali wszystkich i obliczyli Q i φ , to ich wartość powinna wynosić zero, w przeciwnym razie sugerowałoby to błąd doboru próby.

Ogólnie w sposób słowny hipotezę zerową sformułowałibyśmy następująco:

H_0 : w populacji nie istnieje związek pomiędzy badanymi zmiennymi.

Ponieważ znany nam jest test statystycznej istotności pozwalający tę hipotezę zweryfikować, możemy ją zapisać również w sposób symboliczny (symboliczny zapis hipotez może też się odnosić do właściwych dla danej tabeli miar związku np. Φ):

$$H_0: \chi^2 = 0,$$

zatem hipoteza alternatywna przybierze postać:

$$H_0: \chi^2 \neq 0.$$

Jeśli w naszym postępowaniu odrzucimy hipotezę zerową, będzie to oznaczało, że związek odkryty w próbie dotyczy również populacji, a miary tego związku obliczone dla próby będą estymatorami takich miar dla populacji.

Narzędziem pozwalającym na weryfikację hipotezy zerowej jest w tym przypadku **test niezależności chi-kwadrat**, zwany w skrócie testem chi-kwadrat i oznaczany grecką literą χ^2 .

Ideę, na której opiera się ten test, można opisać jako poszukiwanie takiego rozkładu liczebności w tabeli, który byłby zgodny z hipotezą zerową, tzn. wskazywałby na brak związku między zmiennymi.

Mielibyśmy wobec tego do czynienia z dwoma typami rozkładu liczebności:

- pierwszy pochodziłby z badań i przedstawiał rzeczywiste zależności występujące w próbie, te liczebności byłyby **liczebnościami empirycznymi**;
- drugi przedstawiałby hipotetyczny rozkład liczebności pozostający w zgodzie z hipotezą zerową, te liczebności nazywają się **liczebnościami teoretycznymi**.

Jak znaleźć liczebności teoretyczne? Dla każdego pola wewnętrznego tabeli liczymy je na podstawie wzoru: iloczyn sumy liczebności wszystkich pól w wierszu, w którym znajduje się dane pole i sumy liczebności wszystkich pól w kolumnie, w której znajduje się dane pole podzielone przez liczebność całkowitą.

Wróćmy do przykładu. Tak wyglądał w nim rozkład liczebności empirycznych (tab. 7.1):

Tabela 7.1

*Stosunek do kary śmierci
a skłonność do zwiększania
uprawnień policji wśród
studentów socjologii*

Zwiększanie uprawnień policji	Stosunek do kary śmierci		Suma
	Za	Przeciw	
Za	15 (a)	5 (b)	20
Przeciw	5 (c)	15 (d)	20
Suma	20	20	40

Obliczmy liczebności teoretyczne:

$$n_{ta} = \frac{(15 + 5)(15 + 5)}{40} = \frac{20 \cdot 20}{40} = \frac{400}{40} = 10,$$

$$n_{tb} = \frac{(15 + 5)(5 + 15)}{40} = \frac{20 \cdot 20}{40} = \frac{400}{40} = 10,$$

$$n_{tc} = \frac{(5 + 15)(15 + 5)}{40} = \frac{20 \cdot 20}{40} = \frac{400}{40} = 10,$$

$$n_{td} = \frac{(5 + 15)(5 + 15)}{40} = \frac{20 \cdot 20}{40} = \frac{400}{40} = 10.$$

Zatem rozkład liczebności teoretycznych w tabeli spełniającej hipotezę zerową powinien być taki jak w tabeli 7.2.

Tabela 7.2

*Stosunek do kary śmierci
a skłonność do zwiększania
uprawnień policji wśród
studentów socjologii*

Zwiększanie uprawnień policji	Stosunek do kary śmierci		Suma
	Za	Przeciw	
Za	10	10	20
Przeciw	10	10	20
Suma	20	20	40

Rozkład taki wskazuje ewidentnie na brak związku pomiędzy stosunkiem do kary śmierci a skłonnością do zwiększania uprawnień policji. Aby jednak mieć absolutną co do tego pewność, obliczmy również miarę zależności właściwą dla takiej tabeli:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{ad - bc}{\sqrt{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}} = \\ &= \frac{10 \cdot 10 - 10 \cdot 10}{\sqrt{20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20}} = \frac{100 - 100}{\sqrt{160000}} = \frac{0}{400} = 0. \end{aligned}$$

Jeżeli hipoteza zerowa jest prawdziwa, to będziemy oczekiwać, że liczebności empiryczne będą takie same jak liczebności teoretyczne. Im bardziej te pierwsze będą odchyłać się od tych drugich, tym bardziej możemy spodziewać się, że będziemy musieli odrzucić hipotezę zerową.

Na początek zajmijmy się ilustratywnym rozumieniem tych pojęć, potem przejdziemy do konkretnych wzorów.

Dla przejrzystości dalszych rozważań będziemy się posługiwać tylko polami liczebności tabeli.



Tabela			Odchylenia liczebności empirycznych od teoretycznych dla każdego pola testu	Statystyka
10	10	20	0	0
10	10	20		
20	20	40		
11	9	20	±1	0,4
9	11	20		
20	20	40		
12	8	20	±2	1,6
8	12	20		
20	20	40		
15	5	20	±5	10
5	15	20		
20	20	40		
20	0	20	±10	40
0	20	20		
20	20	40		

Pamiętamy, że w teście statystycznej istotności konkluzję o przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy zerowej wywodzimy z porównania statystyki testu z obszarem krytycznym. Jak sama nazwa testu wskazuje, rozkład teoretyczny, na podstawie którego wyznaczymy obszar krytyczny, to rozkład chi-kwadrat. Jego znormalizowane wartości znajdują się w dodatku D. Aby odszukać jakąkolwiek wartość w tej tablicy, musimy znać poziom istotności testu (standardowo ustalony na $\alpha = 0,05$) oraz liczbę stopni swobody.

Dla testu chi-kwadrat liczbę tę określa wzór:

$$df = (k - 1)(w - 1),$$

gdzie k to liczba kolumn a w — liczba wierszy w tabeli (wróć do rozważań z rozdziału 5 o istotnie stopni swobody — dają się one bezpośrednio zastosować do takiego ich zdefiniowania, z jakim spotykamy się w omawianym teście).

Teraz możemy przystąpić do dokładnego obliczenia statystyki testu chi-kwadrat. Wyraża się ona wzorem:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_e - n_t)^2}{n_t},$$

gdzie n_e to liczebności empiryczne a n_t — liczebności teoretyczne.

Przypomnijmy ich rozkład dla analizowanego przykładu:

- liczebności empiryczne n_e :

15	5	20
5	15	20
20	20	40

- liczebności teoretyczne n_t :

10	10	20
10	10	20
20	20	40

Zapiszmy te wartości dla każdego pola tabeli i obliczmy statystykę chi-kwadrat:

Pole	n_e	n_t	$n_e - n_t$	$(n_e - n_t)^2$	$(n_e - n_t)^2/n_t$
a	15	10	5	25	25/10 = 2,5
b	5	10	-5	25	25/10 = 2,5
c	5	10	-5	25	25/10 = 2,5
d	15	10	5	25	25/10 = 2,5
					$\chi^2 = 10$

Statystyka testu chi-kwadrat dla naszego przykładu wynosi dokładnie tyle, ile zapisaliśmy wcześniej, pokazując wpływ odchyłek liczebności empirycznych od teoretycznych na wielkość tej statystyki. Znajdźmy odpowiedni dla naszej tabeli obszar krytyczny tego testu. Liczba stopni swobody dla tabeli 2×2 jest równa $df = (2 - 1)(2 - 1) = 1$. Wobec tego:

- dla $\alpha = 0,05$; $\chi^2_{\alpha} = 3,84 < \chi^2 = 10$ — odrzucamy hipotezę zerową,
- dla $\alpha = 0,01$; $\chi^2_{\alpha} = 6,64 < \chi^2 = 10$,
- dla $\alpha = 0,001$; $\chi^2_{\alpha} = 10,83 > \chi^2 = 10 - p < 0,01$.

Zatem odrzuciliśmy hipotezę zerową z prawdopodobieństwem mniejszym niż jedna setna. Wobec tego w interesującej nas populacji istnieje związek pomiędzy poglądami na stosowanie kary śmierci a stosunkiem do zwiększania uprawnień policji. Powiemy, że związek ten jest statystycznie istotny.

7.2 Warunki stosowania testu chi-kwadrat

Przykład, na podstawie którego została zaprezentowana idea i procedura testu niezależności, dotyczył zmiennych dychotomicznych. Dla tego konkretnego przykładu rozkładów liczebności brzegowych w tabeli 2×2 wielkość statystyki chi-kwadrat wahała się od 0 dla braku związku do 40 dla związku idealnego. Różnice pomiędzy liczebnością empiryczną a liczebnością teoretyczną dla każdego pola mogły wynosić od 0 do ± 10 , to daje nam możliwość utworzenia 11 tabel obejmujących wszystkie możliwe kombinacje rozkładów liczebności pól wewnętrznych przy danych liczebnościach brzegowych.

Teoretyczny rozkład chi-kwadrat z prób, na podstawie którego wyznaczamy obszar krytyczny, jest rozkładem ciągłym. Dlatego niektórzy statystycy dowodzą, że przy małej liczbie wszystkich możliwych kombinacji z danej próby (w naszym przykładzie jest to 11) krzywą rozkładu teoretycznego chi-kwadrat można wyznaczyć tylko w przybliżony sposób.

Z tego powodu przy liczeniu statystyki testu chi-kwadrat dla tabel 2×2 powinno się stosować **poprawkę ciągłości Yatesa**. (Niektórzy statystycy uważają jednak, że to zbyt konserwatywne podejście.) Poprawka ta polega na tym, że od bezwzględnej różnicy między liczebnością empiryczną a liczebnością teoretyczną odejmujemy 0,5 przed podniesieniem tej różnicy do kwadratu.